

计算方法计 23 级期末复习题

一、选择题

- 1、正方形的边长大约为 100cm，为使面积误差不超过 1cm^2 ，则边长测量时误差应不超过 () cm。
A、1 B、0.5 C、0.05 D、0.005
- 2、设 X 的相对误差为 2%，则 X^n 的相对误差为 ()。
A、 n B、 0.02^n C、 $n \cdot \ln 0.02$ D、 $n \cdot 0.02$
- 3.4、设 $x > 0$ ， x 的相对误差为 δ ，则 $\ln x$ 的误差为 ()。
A、1 B、 δ C、0 D、不确定
- 4、辛普森公式和柯特斯公式的代数精度分别为：()。
A、3, 5 B、5, 3 C、2, 4 D、4, 2
- 5、用列主元消元法解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 = 2 \end{cases}$$
 作第一次消元后得到的第三个方程是 ()。
A、 $-x_2 + x_3 = 2$ B、 $-2x_2 + 1.5x_3 = 3.5$
C、 $-2x_2 + x_3 = 3$ D、 $x_2 - 0.5x_3 = -1.5$
- 6、3.142 和 3.141 分别作为 π 的近似数具有 () 位有效数字。
A、4 和 3 B、3 和 2 C、3 和 4 D、4 和 4
- 7、设 $X^* = 2.3149541$ ，取 5 位有效数字，则所得的近似值为 ()。
A、2.3149 B、2.31495 C、2.3150 D、不确定
- 8、通过点 (x_0, y_0) ， (x_1, y_1) 的拉格朗日插值基函数 $l_0(x)$ ， $l_1(x)$ 满足 ()。
A、 $l_0(x_0) = 1$ ， $l_1(x_1) = 1$ B、 $l_0(x_0) = 0$ ， $l_1(x_1) = 1$
C、 $l_0(x_0) = 1$ ， $l_1(x_1) = 0$ D、 $l_0(x_0) = 0$ ， $l_1(x_1) = 0$
- 9、已知某矩阵的特征值为 3，-5，则相应的谱半径为 ()。
A、3 B、-3 C、5 D、-5

二、填空题

- 1、对 $f(x) = x^2 + x + 1$ ，差商 $f[0, 1, 2, 3] = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $f[0, 1, 2, 3, 4] = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2、绝对误差公式为：_____ 相对误差公式为 _____
- 3、雅可比迭代和高斯赛德尔迭代收敛的充要条件分别为 _____ 和 _____
- 4、对 $x^2 - x - 1.25 = 0$ 的近似根，用迭代公式 $x = \sqrt{x + 1.25}$ ，取初始值 $x_0 = 5$ ，那么 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- 5、设 A 为严格对角占优矩阵，则 $Ax = b$ ，雅可比迭代 _____ 收敛，高斯赛德尔迭代：_____ 收敛 (填是或不是)，
- 6、迭代公式 $X^{(k+1)} = BX^{(k)} + f$ 中的 B 称为 _____
- 7、雅可比迭代矩阵 $J = \underline{\hspace{2cm}}$ 高斯赛德尔矩阵 $G = \underline{\hspace{2cm}}$
- 8、设 $X = (2, -3, -1)^T$ ，则 $\|X\|_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\|X\|_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\|X\|_\infty = \underline{\hspace{2cm}}$
- 9、迭代公式 $X^{(k+1)} = BX^{(k)} + f$ 收敛的充要条件是 _____

三、计算题

1、用列主元消元法求解以下线性方程组（注意其他方法不得分）

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & -3 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

2、用矩阵三角分解法求解以下线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

3、已知一组实现数据如下表所示，使用最小二乘曲线拟合方法求它的拟合曲线。

x_i	1	2	3	4	5
f_i	4	4.5	6	8	8.5

4、已知 $\sin 0.32=0.314567, \sin 0.34=0.333487, \sin 0.36=0.352274$, 用拉格朗日插值法计算 $\sin 0.3367$ 的值并估计截断误差。

5.

$$\text{设方程组} \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12, \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20, \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3. \end{cases}$$

- (1) 试分别写出 Jacobi 迭代格式和 Gauss-Seidel 迭代格式;
- (2) 分析 Gauss-Seidel 迭代格式的收敛性.

6、分别运用梯形公式、辛普森公式计算积分 $\int_0^1 e^x dx$ ，并估计各种方法的误差（要求保留小数点后 5 位）

其中梯形公式余项为 $R[f] = -\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta), \eta \in (a, b)$

辛普森公式余项为 $R[f] = -\frac{b-a}{180} \left(\frac{b-a}{2}\right)^4 f^{(4)}(\eta), \eta \in (a, b)$

7. f(x)的函数如下表所示，求 4 次牛顿均差/前插多项式，并由此计算 f(0.596) 的近似值和截断误差。

x	0.4	0.5	0.6	0.70	0.8	0.9
f(x)	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811	1.02652	1.25382

8. 设 $f[x] = \sqrt{1+x^2}$ ，求[0,1]上的一次最佳平方逼近多项式，以及平方逼近误差和最大误差。

9. 设 $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ ，用秦九韶算法求 $p(-2)$ 和 $p'(-2)$ 的值。

10. 分别使用复合梯形公式和复合辛普森公式计算积分 $\int_0^1 \frac{x}{4+x^2} dx$ $n=8$ ，（要求保留小数点后 5 位）